

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений

Каменский М.И.  
25.05.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.02.04 Дифференциальные уравнения

- 1. Код и наименование направления специальности:** 10.05.04 информационно-аналитические системы безопасности
- 2. Профиль специализации:** Автоматизация информационно-аналитической деятельности, информационная безопасность финансовых и экономических структур
- 3. Квалификация выпускника:** специалист по защите информации
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Прядко Ирина Николаевна, кандидат физико-математических наук.
- 7. Рекомендована:** научно-методическим советом математического факультета, протокол от 25.05.2023, № 0500-06
- 8. Учебный год:** 2024-2025 **Семестр:** третий

### 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

- ознакомление студентов с основными понятиями и методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение типов уравнений, интегрируемых в квадратурах;
- изучение теорем о существовании и единственности решения задачи Коши;
- изучение теории линейных дифференциальных уравнений;
- знакомство с основными фактами теории устойчивости.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина относится к обязательной части Блок 1.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса

«Дифференциальные уравнения»:

– математический анализ (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интегралы, частные производные, непрерывность, формула Тейлора, числовые и функциональные ряды);

– алгебра (матрицы, определители, теоремы о разрешимости линейных систем).

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является необходимой для усвоения дисциплин методы оптимизации, численные методы.

**10. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Код	Название компетенции	Коды	Индикаторы	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен на основании совокупности существующих математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности;	ОПК-3.8	Использует математические методы дифференциальных уравнений при решении задач профессиональной деятельности	<p>Знать: основные понятия и математические методы алгебры, геометрии, математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики, численных методов, дифференциальных уравнений, методов оптимизации при решении задач профессиональной деятельности;</p> <p>Уметь: на основании совокупности существующих математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности;</p> <p>Владеть: навыками применения математических методов алгебры, геометрии, математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики, численных методов, дифференциальных уравнений, методов оптимизации при решении за-</p>

				дач профессиональной деятельности.
--	--	--	--	------------------------------------

### 11. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 4/144.

Форма промежуточной аттестации — экзамен

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			3 семестр
Аудиторные занятия		68	68
в том числе:	лекции	34	34
	практические	34	34
	лабораторные		
Самостоятельная работа		40	40
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)		36	36
Итого:		144	144

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Элементарная теория.	Основные понятия. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах. Замены переменных. О приближенных методах решения. О составлении дифференциальных уравнений.	
1.2	Задача Коши.	Теорема Коши-Пикара. Другие теоремы существования и единственности. Оператор сдвига, простейшие свойства	
1.3	Линейные системы.	Существование и единственность решений линейных систем, оператор сдвига.	

		Фундаментальные системы решений. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные системы с постоянными коэффициентами.	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Элементарная теория	Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним, однородные уравнения и приводящиеся к ним, линейные уравнения и уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах и интегрирующий множитель, уравнения неразрешенные относительно производной, уравнения допускающие понижения порядка, метод изоклин	
2.2	Задача Коши	Проверка условий теоремы Коши-Пикара в полосе и локальной теоремы Коши-Пикара.	
2.3	Линейные системы	Линейные системы с постоянными коэффициентами, фундаментальные матрицы, линейные уравнения с постоянными коэффициентами.	
<b>3. Лабораторные занятия</b>			

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Элементарная теория.	14	14		16	44
2	Задача Коши.	8	8		10	26
3	Линейные системы.	12	12		14	38
	Итого:	34	34		40	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении дисциплины «Дифференциальные уравнения» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки

теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

4. В трёх предыдущих пунктах кроме конспектов использовать также литературу по дисциплине.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (3 семестр – экзамен).

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Дифференциальные уравнения» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11782>) на портале «Электронный университет ВГУ».

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	<a href="#">Боровских А. В.</a> Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям : [учебник] / А.В. Боровских, А.И. Перов .— 2-е изд., испр. и доп. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2014 .— 548 с.
2.	<a href="#">Филиппов А. Ф.</a> Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов .— М. ; Ижевск : РХД, 2000 .— 174 с.(и предыдущие издания)
3.	Дифференциальные уравнения: план лабораторных занятий (исправленный и доработанный) : методические указания / И. Ф. Леженина, Л. П. Петрова, И. Н. Прядко .— ЭБ ВГУ — Свободный доступ из интранета ВГУ : <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-46.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-46.pdf</a> .
4.	Дифференциальные уравнения : материалы к первой аттестации : учебное пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т;/ И.Ф. Леженина [и др.] .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— Свободный доступ из интранета ВГУ : <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07213.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07213.pdf</a> .
5.	Дифференциальные уравнения : конспекты лекций, вопросы и задачи. Ч. 1. Элементарная теория / И.Н. Прядко, Л.П. Петрова .— ЭБ ВГУ — Свободный доступ из интранета ВГУ

	<a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-219.pdf">:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-219.pdf</a> .
6.	Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : конспекты лекций, вопросы и задачи. Ч. 2. Задачи Коши /И.Н. Прядко, Л.П. Петрова - ЭБ ВГУ.— Свободный доступ из интрасети ВГУ: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-220.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-220.pdf</a>
7.	Дифференциальные уравнения: конспекты лекций, вопросы и задания. Ч. 3. Линейные уравнения / сост. /Л. П. Петрова, И. Н. Прядко .— ЭБ ВГУ.— Свободный доступ из интрасети ВГУ: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-80.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-80.pdf</a>

## б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
8.	<a href="#"><u>Петровский И. Г.</u></a> Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : Учебник для студ. мех.-мат. специальностей ун-тов / И.Г. Петровский ; Под ред. А.Д. Мышкиса, О.А. Олейника .— М. : Изд-во Моск. ун-та, 1984 .— 295 с.
9.	<a href="#"><u>Красносельский М. А.</u></a> Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений / М.А. Красносельский .— М. : Наука, 1966 .— 331 с
10.	<a href="#"><u>Понтрягин Л. С.</u></a> Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник для студ. мат. спец. ун-тов / Л.С. Понтрягин .— 5-е изд. — М. : Наука, 1982 .— 331 с
11.	<a href="#"><u>Тихонов А. Н.</u></a> Дифференциальные уравнения : Учебник для студ. вузов, обуч. по спец. "Физика" и "Прикладная математика" / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников .— 3-е изд. — М. : Наука : Физматлит, 1998 .— 231 с.

## в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
12.	<a href="https://lib.vsu.ru/zgate?Init+lib.xml,simple.xsl+rus">Электронный Каталог ЗНБ ВГУ</a> <a href="https://lib.vsu.ru/zgate?Init+lib.xml,simple.xsl+rus">https://lib.vsu.ru/zgate?Init+lib.xml,simple.xsl+rus</a>
13.	Образовательный портал "Электронный университет ВГУ"

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы, онлайн-курсы, ЭУМК

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1.	<a href="#"><u>Боровских А. В.</u></a> Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям : [учебник] / А.В. Боровских, А.И. Перов .— 2-е изд., испр. и доп. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2014 .— 548 с.
2.	<a href="#"><u>Филиппов А. Ф.</u></a> Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов .— М. ; Ижевск : РХД, 2000 .— 174 с.
3.	Дифференциальные уравнения: план лабораторных занятий (исправленный и доработанный) : методические указания / И. Ф. Леженина, Л. П. Петрова, И. Н. Прядко .— ЭБ ВГУ — Свободный доступ из интрасети ВГУ : <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-46.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-46.pdf</a> .
4.	Дифференциальные уравнения : материалы к первой аттестации : учебное пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т;/ И.Ф. Леженина [и др.] .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— Свободный доступ из интрасети ВГУ : <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07213.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07213.pdf</a> .
5	Дифференциальные уравнения : конспекты лекций, вопросы и задачи. Ч. 1. Элементарная теория / И.Н. Прядко, Л.П. Петрова .— ЭБ ВГУ — Свободный доступ из интрасети ВГУ : <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-219.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-219.pdf</a> .
6.	Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : конспекты лекций, вопросы и задачи. Ч. 2. Задачи Коши /И.Н. Прядко, Л.П. Петрова - ЭБ ВГУ.— Свободный доступ из интрасети ВГУ: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-220.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-220.pdf</a>
7.	Дифференциальные уравнения: конспекты лекций, вопросы и задания. Ч. 3. Линейные уравнения / сост. /Л. П. Петрова, И. Н. Прядко .— ЭБ ВГУ.— Свободный доступ из интрасети ВГУ: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-80.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-80.pdf</a>

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

Информационная лекция, практическое занятие, лекция-визуализация, практическое занятие в форме презентации, самостоятельное изучение лекционного материала на основе предлагаемых электронных учебников, практическое домашнее задание, контрольная работа, экзамен

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:** Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель.

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Элементарная теория	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ – контрольная работа 1
2.	Задача Коши	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ – контрольная работа 1
3.	Линейные системы	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ – контрольная работа 2
4.	Устойчивость	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ – контрольная работа 2
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Перечень вопросов Практическое задание

**20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

**20.1 Текущий контроль успеваемости** Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: проверка домашнего задания, контрольная работа

1. Перечень домашних заданий приведён в методичке “*Дифференциальные уравнения: план лабораторных занятий (исправленный и доработанный): методические указания*”

2. Примеры контрольных работ

**Контрольная работа № 1**

**Вариант № 1**

Решить уравнения

1.  $y' - y^4 \cos x = y \operatorname{tg} x$
2.  $(x - y \cos \frac{y}{x})dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0$
3.  $(x^2 + y^2 + y)dx + (2xy + x + e^y)dy = 0$
4.  $3y'^4 = y' + y$

### Контрольная работа № 2

#### Вариант № 1

1. Покажите, что задача Коши

$$x' = (\operatorname{tg} t) \cdot \sin(t+x), \quad x(0) = 0$$

имеет на интервале  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  единственное решение.

2. Решить систему:

$$\begin{cases} x' = x + y + 2t, \\ y' = 2x + 6e^{-t} \end{cases}$$

3. Найти частное решение уравнения

$$y^{(4)} + 4y''' + 7y'' + 6y' + 2y = e^{-x}$$

4. Решить уравнение

$$y^{(5)} - 2y^{(4)} + 2y''' - 4y'' + y' - 2y = 0$$

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере умеет классифицировать уравнения и применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем; владеет навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями и исследования свойств решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем. Верно выполнены все задания контрольной работы.	<i>Повышенный уровень</i>	отлично
Обучающийся в целом умеет классифицировать уравнения и применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем; владеет навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями и исследования свойств решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем. В решениях допущены незначительные ошибки или правильно выполнены три из четырех заданий.	<i>Базовый уровень</i>	хорошо
Обучающийся фрагментарно способен классифици-	<i>Пороговый</i>	удовлетвори-

рывать уравнения и применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем, не умеет исследовать дифференциальные уравнения или допускает существенные ошибки. В решениях допущены существенные ошибки или правильно выполнены два из четырех заданий	уровень	тельно
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	–	неудовлетворительно

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

*Собеседование по экзаменационным билетам*

Зачет ставится по результатам контрольных работ.

№№ п/п	Темы к текущей аттестации (экзамену)
1.	Основные определения.
2.	Теорема об уравнении с разделенными переменными.
3.	Утверждение об общем решении ЛОУ.
4.	Свойства решений ЛУ.
5.	Утверждение о различных трактовках симметричного уравнения.
6.	Теорема об интегрировании УПД.
7.	Признак полного дифференциала и алгоритм нахождения ПФ.
8.	Метод изоклин (пример).
9.	Метод ломаных Эйлера (пример).
10.	Математическая модель системы «хищник-жертва».
11.	Уравнение маятника.
12.	Формулировка теоремы Коши–Пикара.
13.	Лемма об эквивалентном интегральном уравнении.
14.	Определение последовательных приближений.
15.	Формулировка теоремы Коши–Пикара с переменной константой Липшица.
16.	Формулировка локальной теоремы Коши–Пикара.
17.	Теорема Коши–Пикара для уравнения $n$ -го порядка.
18.	Формулировка теоремы Пеано; интегральная воронка.
19.	Теорема Коши–Пикара для комплексной нормальной системы.
20.	Теорема об ОС для ЛОС.
21.	Теорема о структуре множества решений ЛОС.
22.	Утверждение о решениях и ОС для ЛС.
23.	Теорема о фср ЛАОС.
24.	Теорема о выделении вещественных решений.
25.	Сведение уравнения $n$ -го порядка к системе.
26.	Общее решение ЛНУ $n$ .
27.	Теорема о фср ЛАОУ $n$ .

**Примеры практических заданий на экзамене**

1. Одним из решений уравнения

$$x' = x + \cos t - t(\cos t + \sin t)$$

является функция  $x = t \cos t$ . Найдите общее решение этого уравнения.

2. Верно ли следующее утверждение: если уравнение  $x' = f(t, x)$  есть следствие уравнения  $x' = g(t, x)$ , то любое решение первого уравнения является решением второго? А наоборот?

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков. КИМ содержит два теоретических вопроса и одно практическое задание. Практическое задание не выполняется в случае успешного написания контрольных работ.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами дисциплины, умеет связать теорию с практикой, классифицировать уравнения и применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем; владеет навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями и исследования свойств решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины; в целом, умеет связать теорию с практикой, классифицировать уравнения и применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем, владеет навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями и исследования свойств решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Обучающийся частично владеет теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен классифицировать уравнения и применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем, не умеет исследовать дифференциальные уравнения или допускает существенные ошибки, не умеет связать теорию с практикой.</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Введение параметра  $p = y'$  рекомендуется для решения уравнения

ОТВЕТ: 1)

Решение: Введение параметра  $p = y'$  рекомендуется для решения уравнения первого порядка неразрешенного относительно производной, в случае, когда разрешить его относительно производной сложно, но можно представить в виде:  $y = f(x, y')$  или  $x = f(y, y')$ .

$$1) y = \sqrt{x} - \sin y' + y'$$

$$2) y' = y\sqrt{x} - \sin x + 2y^2$$

$$3) y' = \sqrt{x} \sin y$$

2. Частные решения, каких уравнений могут быть найдены только методом вариации произвольных постоянных?

Ответ: 1) и 3)

Решение: Линейное неоднородное уравнение, правая часть которого не имеет специального вида, решается только методом вариации произвольных постоянных. Правая часть уравнения  $y'' + 4y = 2\operatorname{tg}x$  и

$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$  не специального вида, поэтому используется метод вариации произвольных постоянных.

$$1) y'' + 4y = 2\operatorname{tg}x$$

$$2) y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x$$

$$3) y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$$

$$4) y'' - 9y' = e^{3x} \cos x$$

3. Для линейного однородного дифференциального уравнения  $y'' - 5y' + 4y = 0$  фундаментальную систему решений образуют функции...

Ответ: 1) и 4)

Решение: Для линейного однородного дифференциального уравнения  $y'' - 5y' + 4y = 0$  корни характеристического уравнения имеют вид  $\lambda_1 = 4$  и  $\lambda_2 = 1$ . Так как корни простые действительные, то фундаментальная система решений имеет вид  $y_1 = e^{\lambda_1 x}$  и  $y_2 = e^{\lambda_2 x}$ . Соответственно для нашего случая  $y_1 = e^{4x}$  и  $y_2 = e^x$

$$1) y = e^{4x}$$

$$2) y = e^{-5x}$$

$$3) y = e^{5x}$$

$$4) y = e^x$$

4. Для какого уравнения функция  $\mu = e^y$  является интегрирующим множителем ?

Ответ: 3)

Решение: Интегрирующим множителем для уравнения  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ , называется такая функция  $\mu(x, y) \neq 0$ , после умножения, на которую дифференциальное уравнение

преобразуется в уравнение в полных дифференциалах. При умножении

$\cos x dx - (y - \sin x) dy = 0$  на  $\mu = e^y$  получаем уравнение в полных дифференциалах

$$e^y \cos x dx - e^y (y - \sin x) dy = 0$$

$$1) xy dx + (1 + x^2) dy = 0$$

$$2) y dx - (y^2 + 3x) dy = 0$$

$$3) \cos x dx - (y - \sin x) dy = 0$$

5. Какие из перечисленных уравнений являются уравнениями в полных дифференциалах?

Ответ: 3) и 4)

Решение: Уравнение вида  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ , для которого выполняется  $\frac{\partial P}{\partial y} \equiv \frac{\partial Q}{\partial x}$  является уравнением в полных дифференциалах.

$$1) y' - y^4 \cos x = y \operatorname{tg} x$$

$$2) (x - y \cos \frac{y}{x})dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0$$

$$3) (x^2 + y^2 + y)dx + (2xy + x + e^y)dy = 0$$

$$4) y \cos x dx - (2y - \sin x)dy = 0$$

## 2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Любой базис  $\varphi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\}$  пространства  $E(0)$  (решений линейной однородной системы) называется ..... системой решений

Ответ: фундаментальной

Решение: по определению фундаментальной системы решений

2. Если любое решение ОДУ1 удовлетворяет ОДУ2, то говорят, что ОДУ2 является .... ОДУ1

Ответ: следствием

3. Матрица, столбцы которой образуют фундаментальную систему решений, называется .....

Ответ: фундаментальной

4. Определить тип уравнения

$$y' = \frac{y}{x} (\ln y - \ln x)$$

Ответ: однородное

Решение: Уравнение вида  $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$  или  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ , которое не изменяется при одновременной замене «x» на «kx» и «y» на «ky», называется однородным.

5. Если из ОДУ1 следует ОДУ2 и порядок ОДУ1 больше порядка ОДУ2, то говорят, что ОДУ2 есть ..... ОДУ1.

Ответ: интеграл

## **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**